गणित काव्य लीलावती

Poetic Ganit Lilavati

अनिल कुमार ठाकुर (एस एस यू एन– दिल्ली)
Anil Kumar Thakur (SSUN-Delhi)
akt1974.at@gmail.com

सारांशः

लीलावती, एक महान भारतीय गणितज्ञ भास्कराचार्य–II द्वारा बारहवीं शताब्दी में रचित ग्रंथ सिद्ध ांतशिरोमणि का एक भाग है जिसमें पिता एवं पुत्री (लीलावती) के बीच वार्तालाप के माध्यम से गणित के की जटिल प्रश्नों का समाधान किया गया है। इस गणितीय काव्य में रसों–अलंकारों के साथ–साथ व्याकरण का अद्भुत ज्ञान समाहित है। यह ग्रंथ गणित एवं विज्ञान का अनुपय मिश्रण है, इसका एक श्लोक वृत एवं गोले के पांच सूत्रों को कूटांक सहित प्रस्तुत करता है।

Abstract:

Leelavati is a part of the treatise Siddhant-shiromani by the great Indian mathematician Bhaskaracharya – II during twelfth century] in which many complex questions of mathematics have been resolved through dialogue between father and the daughter (Leelavati)- The mathematical verses of Leelavati contain wonderful knowledge of grammar along with Rasas and Alankaras- This book is a unique mixture of mathematics and science, one of its verses presents five sutras of circle and sphere with encryption-

मूख्य–बोधक शब्दः भास्कराचार्य–II, सिद्धांतशिरोमणि, लीलावती, रस–अलंकार, कूटांकण

Keywords: Bhaskaracharya-II, Siddhanta-Shiromani, Leelavati, Rasa-Alankar, Encryption.

विषय–प्रवेशः

सृष्टि के सृजन से विनाश तक, पदार्थ के सुक्ष्मतम कण अणु–परमाणु तथा बृहत्तम ब्रम्हांडीय पिंड के परिक्रमण–परिभ्रमण के साथ साथ उसके आकर्षण एवं विकर्षण में तथा सजीव–निर्जीव के जन्म एवं मृत्यु की आधारभूत इकाईयों में संख्या जो मूल रूप से विभेदीकरण एवं विशिष्टिकरण का कार्य करती है जिसके लिए महान् वैयाकरण भर्तृहरि ने अपने वाक्यपदिय ग्रंथ में कहा है – क्रिया भेदाय कालस्तु संख्या सर्वस्य भेदिका।

अर्थात् क्रिया काल का भेदक है परन्तु संख्या सभी द्रव्यो का उनके सभी विशेषणों का, उनकी सभी उपाधियों के विभेदीकरण का कार्य करती है।

उपरोक्त तथ्य से यह स्पष्ट है कि संख्याओं की दुनिया अनादि काल से है। ये संख्यायें गणितीय संक्रियाओं का वाहक है। 'गणित' शब्द का सर्वप्रथम प्रयोग महर्षि लगध के वेदाङ्ग ज्योतिष ग्रंथ में इस प्रकार किया गया है —

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा।
तद्वद् वेदांगशास्त्राणां गणितं मूर्धनि स्थितम्।। कृयाजुष ज्योतिषम्

अर्थात् जैसे मोरों में शिखा और नागों में मणि सबसे ऊपर रहती है, उसी प्रकार वेदांग और शास्त्रों में गणित सर्वोच्च स्थान पर स्थित है।

गणितीय काव्यः

इस प्रकार गणितीय संक्रियाओं के साथ अनेक गणनात्मक एवं व्यवहारिक अनुप्रयोग अनेक भारतीय गणितज्ञों द्वारा किया गया है। बारहवीं शताब्दी के गणितज्ञ भास्कराचार्य (1114 AD – 1185 AD) के द्वारा रचित ग्रंथ सिद्धांतशिरोमणि के चार प्रमुख भागों में प्रथम भाग लीलावती में उनके तथा उनकी पुत्री लीलावती के वार्तालाप के माध्यम से आज के परिवर्तनशील युग में गणितीय संक्रियाओं की प्रासंगिकता एवं उपयोगिता को अक्षुण्ण रखे हुए है। आचार्य भास्कराचार्य ने इस लघु ग्रंथ में अंक प्रणाली, दाशमिक प्रणाली से प्रारंभ कर अंकपाश तक की सभी प्रमुख एवं व्यवहारिक विषयों को सरस छंदमयी भाषा के साथ–साथ काव्यात्मक शैली में रसों–अलंकारों से युक्त गणितीय उदाहरणों का समावेश किया है।

भिन्न (Fraction):

अधोलिखित भिन्नपरिकर्माष्कम् (Fraction) के उदाहरण में काव्यात्मक भाव अधिक प्रबल है।

मूलश्लोक–

पञ्चाशोऽलिकुलात् कदम्बमगयत् त्र्यंशः शिलिन्ध्र तयो– र्विश्लेषस्त्रिगुणो मृगाक्षि ! कुटजं दोलायामनोऽपरः।
कान्ते ! केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रिया–दूताहूत ह्रतस्तो भ्रमति भृङ्गोऽलिसङख्यां वद।। 4।।

पदच्छेद–

पञ्चाशः अलिकुलात् कदम्बम् अगयत् त्र्यंशः शिलिन्ध्र तयोः विश्लेषः त्रिगुणः मृगाक्षि ! कुटजं दोलायामनः अपरः। कान्ते ! केतक मालती परिमल प्राप्त एककालप्रिया– दूत आहूत ह्रतस्तः भ्रमति भृङ्गः अलिसङख्यां वद।। 4।।

अर्थात् – हे कान्ते ! भ्रमरों के समूह का पञ्चमांश (1/5) कदम्ब पुष्प पर, तृतीयांश (1/3) शिलिन्ध्र पुष्प पर और दोनों के अन्तर का त्रिगुणित (1/5–1/3) ×3= 2/5 कुटज पुष्प पर चला गया, हे मृगाक्षि ! इस प्रकार उस समूह से बचा हुआ 1 भृंग एक ही समय में केतकी और मालती रुपणी प्रिया के आये हुए परिमल रुपी दूत से आमंत्रित होकर आकाश में इधर–उधर (कभी मालती की ओर, कभी केतकी की ओर) भटकता रहा। तो कुल भ्रमरों की संख्या बताओ।

हल– माना की अभिष्ट भ्रमरों की संख्या 1 है, भ्रमरों के समूह का पञ्चमांश (1/5) कदम्ब पुष्प पर, तृतीयांश (1/3) शिलिन्ध्र पुष्प पर, दोनों के अन्तर का त्रिगुणित $(1/5-1/3)\times3 = ((5-3)/15)\times3 = (2\times3)/15 = 2/5$

कुटज पुष्प पर तथा शेष 1 भ्रमर

सूत्रानुसार प्राप्त भागों के योग को 1 से घटाने पर

$1-(1/5+1/3+2/5) = 1-((3+5+6)/15) = 1-14/15 = (14-15)/15 = 1/15$

कल्पित भ्रमरों की संख्या 1 में 1/15 भाग करने पर $1\div1/15 = 1\times15/1 = 15$

अतः अभिष्ट भ्रमरों की संख्या = 15

संकलन एवं व्यवकलन (Addition & Subtraction):

संकलन एवं व्यवकलन (Addition & Subtraction) में काव्य–रस का अद्भुत अनुप्रयोग–

मूलश्लोक–

अये बाले लीलावती मतिमति ब्रूहि सहितान् द्विपञ्चद्वात्रिंशत् त्रिनवतिशताष्टादश दश।
शतोपेतानेतानयुत–वियुतांश्चापि वद मे यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनामार्गेऽसि कुशला।।

पदच्छेद–

अये बाले लीलावती मतिमति ब्रूहि सहितान् द्विपञ्च द्वात्रिंशत् त्रिनवति शत अष्टादश दश।
शत उपेतान् एतान् अयुत–वियुतान् च अपि वद मे यदि व्यक्ते युक्ति व्यवकलना मार्गे असि कुशला।।

अर्थात् – हे बुद्धिमति बाला लीलावती, यदि तुम बुद्धिमति हो तो अपनी कुशलता का उपयोग कर उत्तर दो कि यदि 2, 5, 32, 193, 18, 10, तथा 100 के योग को 10, 000 से व्यवकलन /घटाया जाय तो क्या फल प्राप्त होगा।

10,000 — (2 + 5 + 32 + 193 + 18 + 10 + 100) = 10,000 — 360 = 9640

द्विघात समीकरण (Quadratic Equation):

द्विघात समीकरण (Quadratic Equation) के प्रस्तुत उदाहरण मे वीररस की प्रधानता ही काव्यात्मक विशेषता है जिसे माध्यम बनाकर गणितीय संक्रिया को सृजित किया गया है।

मूलश्लोक–

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे सन्दधे, तस्यार्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान्।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रभिरपिच्छत्रं ध्वजं कार्मुकं, चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते यानर्जुन सन्दधे।।

(– लीलावती, भागमूलोन–दृष्ट, श्लोक–4)

पदच्छेद–

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे सन्दधे, तस्य अर्धेन निवार्य तत् शरगणं मूलैः चतुर्भिः हयान्। शल्यं षड्भिः अथ इषुभिः त्रिभिः अपि छत्रं ध्वजं कार्मुकं, चिच्छेद अस्य शिरः शरेण कति ते यान् अर्जुन सन्दधे।।

अर्जुन ने संग्राम में क्रुद्ध होकर कर्ण को मारने के लिए कुछ बाणों का सन्धान किया। उनसे उनमें से 1/2 बाणों से कर्ण के बाणों को रोका तथा उन बाणों के वर्गमूल के चौगुने से उसके घोड़ों को मारा तथा 6 बाणों से शल्य को, 3 से कर्ण के छत्र, ध्वज तथा धनुष को तथा 1 बाण से उसका सिर काट डाला। बताओ अर्जुन ने कुल कितने बाणों का सन्धान किया था?

माना कि अर्जुन ने 1 वाण धारण किया

सूत्रानुसार 1 में से 1/2 को घटाकर शेष से मूलगुण और दृश्य से भाग देने पर नया मूलगुण और दृश्य का साधन किया —

1 − 1/2 =1/2, 4 ÷ 1/2 = 8 मूलगुण, 10 ÷ 1/2 = 20 दृश्य

गुणघ्नमूलेन के अनुसार

गुणार्ध के वर्ग को दृश्य में जोड़ने पर
8 × 1/2 = 4 गुणार्ध, 4 का वर्ग = 16, 16 + 20 = 36 योगफल

योगफल के वर्गमूल को गुणार्ध में जोड़ने पर

36 का वर्गमूल $\sqrt{36} = 6$, गुणार्ध $4 + 6 = 10$

अतः योगफल 10 का वर्ग $(10)^2 = 100$ अभिष्ट वाणों की संख्या होगी।

वृत तथा गोले (Circle - Sphere):

वृत का क्षेत्रफल, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन (Area of Circle, Surface Area and Volume of Sphere) एक श्लोक के माध्यम से हास्य–रस के प्रयोग से वृत का क्षेत्रफल (Area of Circle), गोले के पृषठीय क्षेत्रफल (Area of Sphere) तथा गोले के आयतन (Volume of Sphere) का सूत्र न सिर्फ ज्ञात किया जा सकता है वरन् उसकी अनुभूति भी की जा सकती है।

मूलश्लोक–

वृतक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलं तत्, क्षण्णं वेदैरुपरि परितः कन्दुकस्येव जालम्।
गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं, षड्भिर्भक्तं भवति नियतं गोलगर्भे घनाख्यम्।।43।।

पदच्छेद–

वृत क्षेत्रे परिधि गुणितः व्यास पादः फलम् तत्, वैदैः उपरि परितः कन्दुकस्ये इव जालम्।
गोलस्य एवं तत् अपि च फलं पृष्ठजं व्यास निघ्नं, षडभिः भवतं भवति नियतं गोल गर्भे घन आख्यम्।।

(1) **वृत का क्षेत्रफल** (Area of Circle)

वृतक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलं तत्,

वृता – circle, क्षेत्रा – Geometry, परिधि – circumference, गुणिता – multiplied, व्यास – diameter, पादा – one fourth (एक चौथाई /¼), फलम् – क्षेत्रफल (Area)

वृत का क्षेत्रफल = परिधि × व्यास का चौथाई

वृत का क्षेत्रफल = $2\pi r \; D/4 = \pi r^2$

(2) **गोला का पृष्ठीय क्षेत्रफल** Surface area of Sphere)

क्षण्णं वेदैरुपरि परितः कन्दुकस्येव जालम्।

गोला का क्षेत्रफल = 4 × वृत का क्षेत्रफल

क्षण्णं – गुणा, वेदः – चार से / वेदों की संख्या, उपरि परितः – संपूर्ण पृष्ठीय, कन्दुकस्येव जालम् – गेन्द के समान आकृति पर जालीदार बनावट जो समलम्ब चतुर्भुज की भी रचना करती है।

गोला का क्षेत्रफल= 4 × वृत का क्षेत्रफल= $4\pi r^2$

(3) **गोला का आयतन** (Volume of Sphere)

गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं,

पृष्ठजं = सतह, व्यासनिघ्नं = व्यास से गुणा, षड्भिर्भक्तं = 6 से भाग, भवति नियतं, गोलगर्भे = गोले के अंदरूनी भाग, घनाख्यम् = घनफल / आयतन

गोले का आयतन = गोले का क्षेत्रफल × (व्यास/6)

अर्थात् = $4/3\pi r^3$

उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि आचार्य भास्कराचार्य द्वारा रचित ग्रंथ उत्कृष्ट भाषा शैली, काव्यात्मक स्वरूप, अलंकार, रस के समायोजन से गणित के व्यवहारिक पक्ष को सजीव बनाता है एवं प्राकृतिक सौंदर्य की अनुभूति कराता है जो सामान्य बौद्धिक क्षमता वाले व्यक्ति को भी गणित के प्रति आकृष्ट करता है। इस ग्रंथ में पिता–पुत्री के संवाद के माध्यम से गणित शिक्षण से भारतीय गुरु–शिष्य परंपरा को सजीव किया गया है जो अपने–आप में इसकी विशिष्टता को प्रदर्शित करता है।

संदर्भग्रंथ– लीलावती – प्रो. रामचंद्र पाण्डेय, कृष्णदास अकादमी, वाराणसी– 1996

महात्मा गांधी का विज्ञान दर्शन

महात्मा गांधी जी वैज्ञानिक विचार–संपन्न तरक्कीपसंद व्यक्ति थे तथा समाज तथा मानवता के प्रति विज्ञान की रचनात्मक भूमिका के समर्थक भी थे। लेकिन गांधी जी विज्ञान के तमाम दूरगामी खतरों के प्रति भी सजग थे।

विज्ञान की सुप्रतिष्ठित पत्रिका 'नेचर' ने अक्टूबर 2019 में महात्मा गांधी की 150वीं जयंती के अवसर पर एक संपादकीय प्रकाशित किया था जिसका शीर्षक था– 'महात्मा गांधी एंड सस्टेनेबल साइंस'। लेख में गांधी के प्रयोगों, तकनीकी में नवाचार के उनके प्रयासों और उनकी खोजी प्रवृत्ति का ज़िक्र किया गया है। आलेख में उस भ्रांति को दूर करने का भी प्रयास किया गया है जिसके अंतर्गत उद्योगों के पर्यावरण और मानव समुदाय पर पड़ने वाले दुष्प्रभावों को लेकर गांधी की मुखर चिंता की वजह से कई बार उनके चिंतन को विज्ञान विरोधी समझ लिया जाता है।

संपादकीय में गांधी को प्रयोगों में आजीवन दिलचस्पी रखने वाले एक जिज्ञासु छात्र के रूप में देखा गया है। यह महज संयोग नहीं है कि गांधी की आत्मकथा का शीर्षक ही था 'सत्य के मेरे प्रयोग'। गांधी की अन्वेषी प्रवृत्ति के संदर्भ में छोटे चरखों के निर्माण के साथ–साथ गाँवों की स्वच्छता और सफ़ाई के तरीके, इस्तेमाल किए गए टायरों से चप्पलों का निर्माण, और आश्रम में साँपों को पकड़ने वाले यंत्रों का निर्माण का भी उल्लेख है।

तकनीक में सुधार करने में गांधी की उत्कट रुचि ने ही उन्हें सन् 1929 में वह प्रतियोगिता आयोजित करने के लिए प्रेरित किया, जिसमें उन्होंने हल्के और टिकाऊ चरखे के नमूने आमंत्रित किए और सबसे उत्कृष्ट चरखे के नमूने को इनाम भी दिया। प्रयोगों की यह प्रक्रिया गांधी के सत्याग्रह आंदोलनों में भी बदस्तूर जारी रहती है। गांधी के ये प्रयोगधर्मी कार्य आज भी दुनिया भर में चल रहे जलवायु परिवर्तन से जुड़े आंदोलनों के लिए प्रेरणास्रोत हैं। लेख में यह भी बताया गया है कि कैसे एमरसन, थोरो, टोल्स्तोय, रस्किन सरीखे विचारकों से प्रेरणा लेते हुए गांधी ने औद्योगिक क्रांति के दुष्प्रभावों को भाँपकर उसका तीव्र विरोध किया। वे ऐसी तकनीक तथा प्रौद्योगिकी की वकालत करते थे जो अपने स्वरूप में मानवीय हो, और जो श्रमिकों और मानव–समुदाय के हित में हो।

वर्ष 1925 में महात्मा गांधी द्वारा त्रिवेन्द्रम में दिए गए उस भाषण का भी ज़िक्र इस लेख में है जिसमें गांधी ने कहा था कि यह बात गलत है कि मैं विज्ञान–विरोधी हूँ। गांधी ने कहा कि 'हम विज्ञान के बगैर नहीं रह सकते।' लेकिन गांधी ने विज्ञान की जवाबदेही पर भी ज़ोर दिया और कहा कि 'मेरी विनम्र राय में वैज्ञानिक खोज की भी सीमाएं हैं, और मैं वैज्ञानिक खोजों पर वही सीमा लगाना चाहूँगा जो मानवता हमारे ऊपर लगाती है।' गांधी ने जल्द ही समझ लिया था कि तकनीकी का दुष्प्रभाव सबसे ज्यादा देहातों में रहने वाले गरीब लोगों पर ही पड़ेगा। इसलिए त्रिवेन्द्रम के उसी भाषण में गांधी ने युवा छात्रों से अपने शोध और प्रयोगों के दौरान गांवों में रहने वाले करोड़ों हिंदुस्तानियों को भी याद रखने को कहा।

लेख में उस विडम्बना की ओर भी ध्यान आकृष्ट किया गया है, जहां दूसरे विश्व युद्ध के बाद भारत समेत दुनिया के अधिकांश देशों ने गांधी के सुझाए राह पर चलने की बजाय यूरोपीय औद्योगिक संस्कृति और प्रौद्योगिकी का अंधानुकरण ही ठीक समझा। अंत में, जैव विविधता, जलवायु परिवर्तन, गरीबी, बीमारियों और कुपोषण से जूझती दुनिया के लिए एक समाधान के रूप में गांधी के विचारों को इस लेख में सुझाया गया है।