जोसेफ लुई लाग्रांज - 18वीं सदी का महान गणितज्ञ
Joseph-Louis Lagrange – Great Mathematician of 18th Century

प्रो. महेश दुबे
Prof. Mahesh Dube

सारांश

लाग्रांज के जीवन और कार्य संबंधी यह जीवनीपरक निबंध समयावधि 1736-1813 के दौरान बीजगणित के विकास की कहानी का वर्णन करता है। 1789 की फ्रांसिसी क्रांति और उसके बाद के नवोन्मेष ने उस काल के गणितीय जगत में किस प्रकार परिवर्तन किए इस सबकी चर्चा की गई है। उस काल के कुछ वैज्ञानिक, राजनैतिक, सामाजिक एवं मनोवैज्ञानिक वातावरणों की एक दूसरे पर प्रभावों की चर्चा भी की गई है।

ABSTRACT

This biographical essay on the life and work of Lagrange narrates the story of development of algebra during the period 1736-1813. The article discusses how did the french revolution of 1789 and the renaissance thereafter changed the mathematical world. Some interaction of scientific, political, social and psychological atmosphere of the time is also discussed.

''पुराने दिन से जिस तरह नया दिन मिलता है, जिस तरह पुरानी ऋतु से नई ऋतु मिलती हैं, जैसे पुरानी घास में से नयी घास अंकुरित होती है''-उसी तरह बीतने वाली शताब्दी की गणितीय परम्पराओं से नयी शताब्दी का गणित उद्घाटित होता है। इसमें गणितीय विधाओं के पुनर्सृजन के साथ नवोन्मेष के अनुभवों की उत्तेजना अनिवार्य रूप से शामिल होती है। गणित के इतिहास में-18वीं शताब्दी का समय प्रतिभाओं की शताब्दी के बाद का और गणित के आने वाले स्वर्ण युग के पूर्व के सौ वर्षो का युग है। दरअसल अठारहवीं सदी-वैश्विक फलक पर व्यापक परिवर्तनों की शताब्दी थी। 1766 में अमेरिकन क्रान्ति की शुरूआत हुई और 1789 में हुई फ्रांस की राज्यक्रान्ति ने एक नये युग का सूत्रपात किया-जिसकी वैचारिक पृष्ठभूमि-वाल्तेयर, रूसो, दिलांबर और दिदरों ने तैयार की थी। यद्यपि इनमें से कोई भी इसे देखने के लिये जीवित नहीं रहा था। वाल्तेयर और रूसो की मृत्यु 1778 में, दिलांबर की 1783 में और दिदरों की मृत्यु 1784 में हुई। 18वीं शताब्दी का समय-यांत्रिकी, खगोलिकी, अवकल-समीकरणों और प्रायोज्य गणित की श्रेष्ठतम अभिव्यक्ति का समय रहा है। इसी शताब्दी में शुद्ध गणित की भाषा को सहजता और प्राजंलता के गणितीय संस्कार मिले।

जोसेफ लुई लाग्रांज (1736-1813) अठारहवीं शताब्दी के प्रतिनिधि गणितज्ञ कहे जाते हैं। लाग्रांजियन, लाग्रांज समीकरणों, लाग्रांज गुणकों, लाग्रांज अन्तर्वेशन, लाग्रांज अवशेष, लाग्रांज प्रमेय जैसी अनेक संकल्पनाओं के सृजनकर्ता के रूप में उनका नाम उनके विराट गणितीय योगदान का स्मरण दिलाता है। उन्होंने साम्राज्यों के ऐश्वर्यो को देखा, क्रान्ति के परिवर्तनों को देखा और प्रतिक्रान्ति के दौर से गुजरते हुए, केवल अपनी गणितीय प्रतिभा के बल पर नेपोलियन के विश्वासपात्र भी बने। वे इटली में जन्में, बीस वर्षो से भी अधिक समय तक बर्लिन में रहे और जीवन के अंतिम 27 वर्ष फ्रेंच नागरिक के रूप में प्रतिष्ठा के साथ गुजारे। ऐसी ही वैश्विक प्रतिभाओं के लिये संस्कृत के कवि दण्डी ने कहा है:

'स्वदेशो देशान्तरमिति नेयं गणना विदग्धपुरूषस्य' अर्थात्-बुद्धिमान व्यक्ति के लिये स्वदेश और परदेश का भेद नहीं होता।

- लग्रांज का जन्म इटली के तुरीन शहर में-25 जनवरी 1736 को हुआ था। उनके पिता का नाम गेसिप लाग्रांजिया और माँ का नाम टेरेसा ग्रोसो था। टेरेसा एक समृद्ध परिवार से थीं और अपने डाक्टर पिता की इकलौती संतान थीं। गेसिप वंश-परम्परा से फ्रेंच थे पर इटली के सार्डनिया राज्य में बस गये थे और तुरीन में एक उच्चाधिकारी थे। गेसिप को पैतृक और अपनी पत्नी के परिवार से काफी संपत्ति प्राप्त हुई थी। किंतु अपने पुत्र जोसेफ के वयस्क होने तक वे अपनी सारी संपत्ति गँवा चुके थे। परन्तु लाग्रांज को कभी इसका दु:ख नहीं हुआ। उनका कहना था कि धन के अभाव ने गणित में उनकी स्वाभाविक रुचि और नैसर्गिक प्रतिभा को विकसित होने के अवसर प्रदान किये।

  उनकी शिक्षा और गणित में उनकी रुचि के बारे में कोई जानकारी नहीं मिलती। ऐसा माना जाता है कि-प्रकाशिकी में बीजगणित के उपयोग पर एडमंड हेली के एक निबन्ध को पढ़कर वे गणित के अध्ययन के लिये प्रेरित हुए। 19 वर्ष की आयु में विचरण कलन सम्बन्धी अपने कार्यों की जानकारी उन्होंने आयलर को भेजी। आयलर स्वयं वर्षों से इस विषय पर कार्य कर रहे थे। पर तरुण लाग्रांज को इसका श्रेय देते हुए, आयलर ने उन्हें प्रोत्साहित किया। शीघ्र ही लाग्रांज के कार्यों को प्रतिष्ठा मिली और 1755 में वे तुरीन के रॉयल आर्टीलरी कालेज में गणित के प्राध्यापक नियुक्त किये गये।

  यहाँ, किये गये अत्यधिक श्रम ने उन्हें शारीरिक और मानसिक रूप से थका दिया। 1762 में वे बीमार पड़ गये। यद्यपि उन्होंने शीघ्र ही स्वास्थ्य लाभ कर लिया, पर रोग ने उनका पीछा जीवन भर नहीं छोड़ा। वे कई बार निराश और अवसादग्रस्त हो जाते थे।

  1764-में उन्हें फ्रेंच अकादमी का प्रतिष्ठित ग्राँ-पुरस्कार मिला। यह पुरस्कार उनके प्रबन्ध-

  Why does the Moon always present same face to the earth

  पर दिया गया था। खगोलकी में गणित के अनुप्रयोगों के लिये उन्होंने यह सम्मान-1766, 1772, और 1780 के वर्षों में प्राप्त कर एक कीर्तिमान स्थापित किया। इन्हीं वर्षों में दिलांबर से उनकी गहरी मित्रता हुई।

- 1766 में आयलर-बर्लिन अकादमी छोड़कर सेंट पीट्सबर्ग जा रहे थे। आयलर और दिलांबर दोनों की अनुशंसा पर प्रशिया के सम्राट फ्रेडरिक ने लाग्रांज को आमंत्रित करते हुए लिखा-'यूरोप के महानतम सम्राट की इच्छा है कि यूरोप का महानतम गणितज्ञ उसके निकट हो।'

  दरअसल फ्रेडरिक अपने शाही गणितज्ञ आयलर के रूखे व्यवहार और दार्शनिक मान्यताओं से ऊब चुके थे। महान आयलर के दीर्घ जीवन के संध्याकाल की यह शुरूआत थी। वे अपनी एक आँख खो चुके थे। आडंबरहीन आयलर कुछ चिड़चिड़े भी हो गये थे। फ्रेडरिक उन्हें-'गणितज्ञों के कबाड़ का एकाक्षी' कहा करते थे। सौभाग्य से इसी समय रूस की साम्राज्ञी कैथरीन-द्वितीय ने आयलर को सेंट पीट्सबर्ग अकादमी में वापस आने का आमंत्रण भेजा। लाग्रांज की नियुक्ति पर, आयलर से चिढ़े, फ्रेडरिक ने दिलांबर को लिखा-

  To your trouble and to your recommendation I owe the replacement in my Academy of a mathematician blink in one eye by a mathematician with two eyes, which will be especially pleasing to the anatomical section.

  लाग्रांज ने तुरीन को अलविदा कहा और अक्तुबर 1766 के अंत में वे बर्लिन पहुँचे। यहीं 1769 में उन्होंने विवाह किया। 1783 में लम्बी बीमारी के उपरान्त उनकी पत्नी की मृत्यु हो गई। इसके उपरान्त उन्होंने अपना सारा समय गणितीय शोध-कार्यों के लिये ही समर्पित कर दिया।

- बर्लिन में उनके बीस वर्ष उपलब्धियों से भरे हुए थे। इस समय वे अपनी गणितीय सक्रियता के चरमोत्कर्ष पर थे। इन वर्षों में उन्होंने-संख्या-सिद्धान्त और समीकरणों पर उल्लेखनीय कार्य किया।

  उन्होंने समीकरण-

$$x^5 - 1 = 0 \qquad \text{--------------(1)}$$

को हल किया। $x = 1$ इसका एक मूल है। शेष समीकरण–

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \quad \text{--------------(2)}$$

के मूल हैं, जिसे लाग्रांज ने निम्न रूप में व्यक्त किया–

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0 \quad \text{--------------(3)}$$

अब–

$x + \frac{1}{x} = y$ रखने पर, समीकरण

$$y^2 + y - 1 = 0 \quad \text{--------------(4)}$$

प्राप्त होती है, जिसे y के लिये हल किया जा सकता है, और फिर x का मान प्राप्त किया जा सकता है। लग्रांज ने समीकरण–

$$x^{11} - 1 = 0 \quad \text{--------------(5)}$$

को भी इसी प्रकार हल करने का प्रयास किया। इसे $x - 1$ से भाग देने पर लाग्रांज ने प्राप्त किया–

$$\left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) + \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) +$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

अब– $x + \frac{1}{x} = y$

रखने पर एक पाँच घातीय समीकरण प्राप्त होती है। लाग्रांज ने इस समस्या को यहीं छोड़ दिया था। रेडिकल्स के द्वारा इसे वेन्दरमान्दे ने हल किया। गाउस ने–

$$x^n - 1 = 0$$

की साधनीयता के प्रमेय की उपपत्ति दी और विशिष्ट स्थिति में–

$$x^{17} - 1 = 0$$

को हल किया।

इन्हीं वर्षों में लाग्रांज ने विल्सन के प्रमेय–

किसी अभाज्य संख्या ρ के लिये

$(\rho - 1)\,1 + 1$

को ρ से भाग दिया जा सकता है

की उपपत्ति दी और पेल के समीकरणों पर कार्य करते हुए

$$Nx^2 + 1 = y^2$$

के सभी पूर्णांक हल प्राप्त किये।

डायफोन्ट्स की अरिथमेटिका से प्रभावित होकर Bachet de Meziriac ने 1621 में यह अनुमान व्यक्त किया था कि: प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक चार वर्गों का योग है। लाग्रांज ने इस अनुमान को 1770 में सिद्ध किया।

अपने द्वि–घातीय प्रारूपों पर किये गये कार्य के माध्यम से लाग्रांज ने बीजगणितीय संख्याशास्त्र (Algebraic Number Theory) की आधारशिला रखी।

एक विषम अभाज्य के लिये फर्मा ने नीचे दिए गए तीन प्रमेय लिखे थे–

$$p = x^2 + y^2 \Leftrightarrow p \equiv 1 \pmod 4 \qquad -1640$$

$$(x = 2,\ y = 3 \text{ then } p = 13 \equiv 1 \pmod 4)$$

$$p = x^2 + 2y^2 \Leftrightarrow p \equiv 1 \text{ or } 3 \pmod 8 \qquad -1654$$

$$(x = 3,\ y = 2 \text{ then } p = 17 \equiv 1 \pmod 8)$$

$$(x = 5,\ y = 3 \text{ then } p = 43 \equiv 3 \pmod 8)$$

$$p = x^2 + 3y^2 \Leftrightarrow p \equiv 1 \pmod 3 \qquad -1654$$

$$(x = 2,\ y = 3 \text{ then } p = 31 \equiv 1 \pmod 3)$$

लाग्रांज ने न केवल इन प्रमेयों को सिद्ध किया अपितु $x^2 + 5y^2$ प्रकार के विषम अभाज्यों के लिये भी स्थितियों को स्पष्ट किया। इन्हीं वर्षों में उन्होंने वह परिणाम भी प्राप्त किया जो ग्रुप–थ्योरी में लाग्रांज प्रमेय के नाम से जाना जाता है। उन्होंने समीकरणों के मूलों के संख्यात्मक सन्निकट मान को वितत् भिन्नों के माध्यम से व्यक्त करने की प्रविधि पर भी कार्य किया।

- 1786–में फ्रेडरिक के निधन के बाद, वे फ्रांस के सम्राट लुई–16वें के निमन्त्रण पर पेरिस की विज्ञान अकादमी में आ गये। लगभग इसी समय दो घटनायें हुई। एक तो उनका मन गणित से विरक्त हो गया। दूसरे–1788 में उनकी विश्व–विख्यात कृति–वैश्लेषिक यांत्रिकी

(Mechanique Analytique) का प्रकाशन हुआ। परन्तु गणित से विरक्त उनके मन और थके हुए मस्तिष्क ने उन्हें अपनी ही इस कृति को खोलकर देखने तक की इजाजत नहीं दी। लगभग दो वर्षों तक यह पुस्तक लेखक के हाथों के स्पर्श की प्रतीक्षा में टेबल पर पड़ी रही। इसमें एक गतिशील निकाय के लिये गति के समीकरण हैं, जिन्हें लाग्रांज समीकरण के नाम से जाना जाता है। अत्यन्त तर्कसम्मत और सहज इस ग्रन्थ में एक भी ज्यामितीय आकृति नहीं है-और लेखक को इस उपलब्धि पर गर्व था। होमर और वर्जिल लाग्रांज के प्रिय कवि थे। सम्भवतया उन्हीं के प्रभाव के कारण-लाग्रांज के इस ग्रन्थ में काव्यात्मकता पाई जाती है। सुप्रसिद्ध गणितज्ञ सर विलियम रोबेन हेमिल्टन के शब्दों में यह ''गणित के शेक्सपियर का वैज्ञानिक काव्य है।''

दो वर्षों का यह समय लाग्रांज ने-तत्त्वमीमांसा, धर्म, दर्शनशास्त्र, इतिहास, चिकित्सा शास्त्र, वनस्पतिशास्त्र और रसायनशास्त्र के अध्ययन में बिताया। रसायन शास्त्र के लिये वे कहते थे, ''यह तो बीजगणित जैसा ही सरल विषय है।''

- पेरिस में रहते हुए उन्होंने राज्यक्रान्ति को देखा। क्रान्ति के दौरान उनके साथ सम्मानजनक व्यवहार किया गया। सारे विदेशियों को देश से बाहर जाने के आदेश में-उनके नाम के उल्लेख के साथ उन्हें इससे छूट दी गयी थी। उन्हें नाप-तौल की प्रणाली तय करने की समिति का अध्यक्ष बनाया गया और उनके ही प्रयासों से मीट्रिक प्रणाली अपनायी गयी।

क्रान्ति की उथल-पुथल ने उनके मन और मस्तिष्क को झकझोरा-और वे फिर गणित की ओर प्रवृत्त हुए। अचानक ही उनके एकाकी जीवन में वसन्त आया। 19-वर्ष की एक तरूणी 56 वर्ष के इस वृद्ध गणितज्ञ पर रीझ गयी। यह युवती लाग्रांज के खगोलविद् गणितज्ञ मित्र ल मॉनिए (Le monnier) की पुत्री रेने-फ्रान्कवा एडेलेड ल मॉनिए थी। 1792 में दोनों विवाह सूत्र में बँध गये। लाग्रांज की नयी जीवन संगिनी एक समर्पित और योग्य पत्नी साबित हुई। उनका शेष जीवन सुख से बीता।

1795-में इकोले नार्मल की स्थापना हुई। नये प्रशासन ने लाग्रांज को वहाँ गणित का प्राध्यापक नियुक्त किया और लाग्रांज पुन: ''नार्मल'' होकर गणित में रूचि लेने लगे। इसी संस्था में उनके व्याख्यानों से दो पुस्तकें तैयार हुईं-

Theory of Analytic Functions (1797)

Lessons on Calculus of Functions (1801)

इन्हीं पुस्तकों में लाग्रांज ने-$f'(x), f''(x), \dots\dots$ के संकेत का उपयोग किया है और यहीं टेलर की श्रेणी में आये लाग्रांज अवशेष को परिभाषित किया गया है।

- वे एक शांत और संतुलित मिजाज के व्यक्ति थे, जो अपनी शालीनता और गणितीय निष्ठा के लिये जाने जाते थे। स्वभाव से ही वे विवादों से दूर रहते थे। दिलांबर को अपने एक पत्र में उन्होंने लिखा था : 'प्रत्येक स्थिति में शांति, युद्ध से बेहतर है।' वे निस्पृह और विरक्त प्रकृति के व्यक्ति थे। संगीत में उनकी रूचि थी। वे कहा करते थे कि संगीत मुझे गणित के लिये एकाग्रता देता है।

1778-में अपनी मृत्यु के पूर्व वाल्तेयर ने कहा था-'भाग्यशाली हैं युवक! वे महान घटनाओं के साक्षी होंगे।' और युवकों ने न केवल एक महान परिवर्तन को देखा, अपितु उसमें अपनी सहभागिता भी अंकित की। 1789 में बेसिल के पतन के साथ ही फ्रांस की राज्यक्रान्ति की शुरुआत हुई। जहाँ अमेरिकी क्रान्ति ने राष्ट्र का प्रथम प्रारूप प्रस्तुत किया, वहीं फ्रांसीसी राज्यक्रान्ति ने राष्ट्रीयता और राष्ट्रवाद की नयी संकल्पनाओं को जन्म दिया। इस क्रान्ति ने एक ज्वालामुखी की तरह फूट कर सारे यूरोप को अपनी चकाचौंध से चमत्कृत कर दिया था। परन्तु ज्वालामुखी एकदम से ही नहीं फूट पड़ते और क्रान्तियाँ भी एकाएक एक रात में नहीं हो जाती। फ्रांस की राज्यक्रान्ति की पृष्ठभूमि भी अत्यन्त विस्तृत और व्यापक है। क्रान्ति के कुछ समय बाद ही उग्रवादी हस्तक्षेप बढ़ता गया। आतंक के साम्राज्य ने समता, स्वतंत्रता और बन्धुत्व के महान उद्देश्यों को आच्छादित कर लिया। यह गणतन्त्र के पतन की ओर प्रतिक्रान्ति की शुरुआत थी। 1804 में नेपोलियन ने अपने को फ्रांस का सम्राट घोषित कर दिया। सत्ता परिवर्तन के दौर में भी शैक्षिक और वैज्ञानिक गतिविधियां जारी रहीं।

कोर्न्देसे (Condorcent : 1743–94), मोंगे (Monge : 1746–1818), लाप्लास (Laplace : 1749–1827), लिजान्द्र (Legandre : 1752–1831), कार्नोत

(Carnot : 1753–1823) और लाग्रांज जैसे प्रसिद्ध गणितज्ञ परिवर्तन के इस युग में भी सक्रिय थे।

क्रान्ति के समर्थक कोर्न्दोसे का दु:खद अन्त हुआ। वे उग्रवादियों के विरोध के कारण पकड़े गये, जेल भेजे गये, जहाँ उन्होंने आत्महत्या कर ली। मृत्यु के पूर्व उन्होंने अपनी प्रसिद्ध कृति 'स्केच फॉर ए हिस्टॉरिकल पिक्चर आर्फ द प्रोगेस ऑफ द ह्यूमन माइंड' पूरी की। वे एक सुयोग्य गणितज्ञ और सांख्यिकीविद् थे। स्वभाव से वे अन्याय के विरोधी थे और शिक्षा को सामाजिक उत्थान की प्रथम सीढ़ी मानते थे। ''मैं सम्राटों का अनम्य शत्रु हूँ''-कार्नोत कहा करते थे। 1793 में यूरोप की जनतन्त्र विरोधी प्रतिक्रियावादी ताकतों की एक विशाल सेना को पराजित करने में उन्होंने संगठनकर्ता की महत्वपूर्ण भूमिका निभाई थी। कार्नोत की भाँति मोंगे भी अपनी राजनैतिक प्रतिबद्धताओं के लिये विख्यात थे। वे क्रान्ति के बाद प्रतिक्रान्ति से गुजरते हुए नेपोलियन के निकट पहुँचे थे-पर अंत में निर्वासित जीवन ही उनकी नियति में था। वे डिसक्रिप्टिव ज्यामिति (Descriptive Geometry) के प्रणेता थे। नेपोलियन के पतन के उपरान्त ही उनके भी बुरे दिन शुरू हो गये। उनके सारे सम्मान छीन लिये गये। उनकी मृत्यु पर पॉलीटेकनिक के विद्यार्थियों को उनकी शवयात्रा में शामिल होने की अनुमति नये सम्राट द्वारा नहीं दी गयी। पर वे सब दूसरे दिन पंक्तिबद्ध होकर उनकी समाधि पर श्रद्धांजलि देने एकत्र हुए, क्योंकि राजाज्ञा में केवल शवयात्र के निषेध का ही उल्लेख था। नेपोलियन ने जब अपने को सम्राट घोषित किया था तब इन्हीं विद्यार्थियों ने उसका जमकर विरोध किया था। तब नेपोलियन ने कहा था: 'मोंगे! तुम्हारें लड़कों ने मेरे खिलाफ मोर्चा खोल दिया है।' मोंगे ने उत्तर दिया-'महोदय! उन्हें जनतन्त्रीय (रिपब्लिकन) बनाने में हमें काफी मेहनत करनी पड़ी थी। अब उन्हें साम्राज्यवादी (रॉयलिस्ट) बनने में कुछ वक्त तो लगेगा ही। और मुझे यह भी कहने की अनुमति दें कि आप भी सिंहासन पर अचानक ही आ गये हैं।' लाप्लास अपनी अवसरसंबद्धता के कारण प्रशासन के हर युग में महत्वपूर्ण बने रहे। खगोल-यांत्रिकी पर उनका युगान्तरकारी कार्य पाँच खण्डों में प्रकाशित हुआ था। उनके अंतिम शब्द थे: 'जो हम जानते हैं वह अत्यन्त अल्प है पर जो हम नहीं जानते वह विराट है।' लिजान्द्र राजनैतिक रूप से उदासीन थे। परन्तु विज्ञान अकादमियों में राज्य के बढ़ते हुए हस्तक्षेप के विरोध के कारण उनकी पेंशन बन्द कर दी गयी थी। उनके जीवन के अंतिम दिन आर्थिक तंगी के थे।

- इन सब में लाग्रांज ने ही निर्बाध रूप से अपनी गणितीय प्रतिभा के बल पर सम्मान अर्जित किया। जहाँ वे फ्रेडरिक महान, लुई-16वें और मेरी अंतानिओ के कृपा-पात्र थे तो वहीं क्रान्ति के सूत्रधारों ने उनकी गणितीय प्रतिभा का भरपूर उपयोग किया और बाद में नेपोलियन ने भी उनको उचित सम्मान दिया। नेपोलियन ने उन्हें सीनेटर बनाया, साम्राज्य के काउण्ट की पदवी दी और सेना के अधिकारी की सम्मानजनक नियुक्ति दी। नेपोलियन उन्हें गणित विज्ञान का उत्तुंग सूची-स्तम्भ (Lofty pyramid of the Mathematical Sciences) कहा करता था।

  वे जन-साधारण तक गणितीय ज्ञान को पहुँचाने के पक्षधर थे। वे कहा करते थे कि-यदि एक गणितज्ञ आम आदमी को अपनी बात नहीं समझा सकता तो इसका अर्थ है कि उसने अपने ही विषय को ठीक से नहीं समझा है। उनका यह भी मानना था कि बीजगणित और ज्यामिति की जुगलबन्दी से दोनों ही विधाओं को नयी ऊर्जा मिलती है और ये संयुक्तरूप से गणित की श्रेष्ठतम उपलब्धियों को जन्म देंगी।

  जीवन के अंतिम वर्षों में उन्होंने अपने ग्रन्थ-Mechanique Analytique को संशोधित और परिष्कृत किया, जो दो खण्डों में प्रकाशित हुआ।

- 1813 में वे बीमार पड़े। 08 अप्रैल 1813 को उनके कुछ मित्र उनके लिये-The Grand cross of the order of Reunion का राजकीय सम्मान लेकर आये, तब उन्होंने कहा था-

  ''मृत्यु का भय नहीं होना चाहिए। कष्टरहित मृत्यु एक अंतिम उत्सव है जो निश्चित ही दु:खपूर्ण नहीं है। मैंने जीवन में बहुत कुछ पाया मैनें कभी किसी से घृणा नहीं की और न ही किसी को दु:ख दिया। यह मेरा अंतिम समय है।''

  इसके ठीक दो दिन बाद-10 अप्रैल-1813 को उनकी मृत्यु हुई। वे अपने विशाल और मौलिक योगदान के साथ-साथ अपने कार्यों में लालित्य और उत्कृष्टता के लिये हमेशा याद किये जायेंगे।