श्रीनिवास रामानुजन - एक विलक्षण गणितज्ञ
Shri Niwas Ramanujan – An Extraordinary Mathematician

डॉ. कृष्ण कुमार मिश्र
Dr. Krishna Kumar Mishra
रीडर (एफ), होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केन्द्र, टाटा मूलभूत अनुसंधान संस्थान,
वी.एन. पुरव मार्ग, मानखुर्द, मुम्बई-400088
ई-मेल : kkm@hbcse.tifr.res.in

सारांश

यह महान भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन के जीवन और कार्य का एक संक्षिप्त लोकप्रिय वृत है। रामानुजन 20वी शताब्दी की एक महान गणितीय प्रतिभा थे; एक स्व-प्रयास द्वारा शिक्षित व्यक्ति जिसकी गणित में रूचि इतनी गहरी थी कि उसने इसके लिए सब कुछ न्यौछावर कर दिया : अपना परिवार, अपना स्वास्थ्य और अपना जीवन। जन्म से निष्ठावान ब्राह्मण रामानुजन ने अपनी जीवनशैली और विचारधारा को लेकर कभी कोई समझौता नहीं किया और दीप्ति के शिखर पर पहुँचने से पहले ही अपने जीवन दीप को बुझ जाने दिया। रामानुजन की जीवन लीला अल्पायु में ही समाप्त हो गई किन्तु उन्होंने अपने पीछे लगभग 4000 प्रमाणरहित सूत्रों और प्रमेयों की विरासत तीन नोटबुकों के रूप में छोड़ी जिनके प्रमाण प्रस्तुत करने में विश्व के महान गणितीय मस्तिष्कों को कई दशक लगे। प्रत्येक भारतीय को भारत के इस महान सपूत से प्रेरणा लेनी चाहिए।

ABSTRACT

This is a brief popular account of the life and work of the great Indian Mathematician Shriniwas Ramanujan. He was a great mathematical genius of twentieth century; a self taught man who had so great a passion for mathematics that he sacrified everything for it : his family, his health and his life. An orthodox brahmin by birth he did not compromise on his life style and ideology and let the lamp of his life get extinguished before it could shine with its full brightness. Ramanujan died young but he left a legacy of about 4000 formulae and theorems without giving proof in three diaries, which took decades of efforts to prove by the great mathematical minds of the world. Every Indian shall take inspiration from the life of this great son of India.

भारत सरकार द्वारा वर्ष 2012 को राष्ट्रीय गणित वर्ष घोषित किया गया है। यह वर्ष सुविख्यात भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन के जन्म का 125वाँ वर्ष है। वैसे हमारे देश में गणित तथा खगोल-विज्ञान में अनुसंधान की एक समृद्ध परम्परा रही है। इसे पूरी दुनिया स्वीकार करती है। लेकिन भास्कराचार्य (सन् 1150) के बाद यह परम्परा अवरुद्ध-सी हो गयी थी। इस परंपरा को बीसवीं शताब्दी में रामानुजन ने बखूबी आगे बढ़ाया।

रामानुजन का जन्म 22 दिसम्बर 1887 को मद्रास से 400 किलोमीटर दक्षिण-पश्चिम में स्थित ईरोड नामक एक छोटे-से गांव में हुआ था। रामानुजन जब बहुत छोटे रहे होंगे उसी समय उनका परिवार ईरोड से कुम्भकोण ाम आ गया। वे एक साधारण परिवार से ताल्लुक रखते थे। उनके पिता कुम्भकोणम में एक कपड़ा व्यापारी के यहां मुनीम का काम करते थे। जब वे पांच वर्ष के थे तो उनका दाखिला कुम्भकोणम के प्राइमरी स्कूल में करा दिया गया। सन् 1898 में इन्होंने टाउन हाईस्कूल

में प्रवेश लिया और सभी विषयों में बहुत अच्छे अंक प्राप्त किए। यहीं पर रामानुजन को जी. एस. कार की गणित पर लिखी किताब पढ़ने का मौका मिला। इस पुस्तक से प्रभावित होकर उन्होंने स्वयं ही गणित पर कार्य करना प्रारंभ कर दिया।

श्रीनिवास रामानुजन

रामानुजन धार्मिक प्रवृत्ति और शांत स्वभाव के एक चिन्तनशील बालक थे। अपने खपरैल की छत वाले पैत्रिक मकान के सामने एक ऊंचे चबूतरे पर बैठकर वे गणित के सवाल हल करते रहते थे। रामानुजन का गणित के प्रति जबर्दस्त लगाव था। विशुद्ध गणित के अतिरिक्त अन्य विधाओं मसलन गणितीय भौतिकी और अनुप्रयुक्त गणित में उनकी रुचि नहीं थी। रामानुजन गणित की खोज को ईश्वर की खोज की तरह मानते थे। इसी कारण गणित के प्रति उनमें गहरा लगाव था। उनका मानना था कि गणित से ही ईश्वर का सही स्वरूप स्पष्ट हो सकता है। वे संख्या 'एक' को अनन्त ईश्वर का स्वरूप मानते थे। वे रातदिन संख्याओं के गुणधर्मों के बारे में सोचते, मनन करते रहते थे और सुबह उठकर कागज पर अकसर सूत्र लिख लिया करते थे। उनकी स्मृति और गणना शक्ति अद्‌भुत थी। वे $\pi, \sqrt{2}, \varepsilon$ आदि संख्याओं के मान दशमलव के हजारवें स्थान तक निकाल लेने में सक्षम थे। यह उनकी गणितीय मेधा का प्रमाण है।

रामानुजन जब दसवीं कक्षा के छात्र थे तो उन्होंने स्थानीय कॉलेज के पुस्तकालय से उच्च गणित में जार्ज शुब्रिज कार का एक ग्रन्थ ''सिनॉप्सिस आफ प्योर मैथेमैटिक्स'' प्राप्त किया। इस ग्रन्थ में बीजगणित, ज्यामिति, त्रिकोणमिति और कलन गणित के 6165 सूत्र दिये गये हैं। इनमें से कुछ सूत्रों की बहुत संक्षिप्त उपपत्तियां भी दी गई हैं। यह ग्रन्थ रामानुजन के लिए उच्च गणित का बहुत बड़ा खजाना था। वे गम्भीरता से इस ग्रन्थ के प्रत्येक सूत्रों को हल करने में जुट गये और इन सूत्रों को सिद्ध करना उनके लिए गवेषणा का कार्य बन गया। उन्होंने पहले मैजिक स्क्वायर तैयार करने की कुछ विधियाँ खोज निकालीं। रामानुजन ने समाकलन का अच्छा ज्ञानार्जन कर लिया। बीजगणित की कई नई श्रेणियां उन्होंने खोज निकालीं। उनके गुरु डॉ. हार्डी का कथन काबिलेगौर है–''इसमें संदेह नहीं है कि इस ग्रन्थ ने रामानुजन को बेहद प्रभावित किया और उनकी संपूर्ण क्षमता को जगाया। यह ग्रन्थ उत्कृष्ट कृति नहीं है परन्तु रामानुजन ने इसे सुप्रसिद्ध कर दिया। इसके अध्ययन के बाद ही एक गणितज्ञ के रूप में रामानुजन के जीवन का नया अध्याय शुरू हुआ।''

कुम्भकोणम के शासकीय महाविद्यालय में अध्ययन के लिए रामानुजन को छात्रवृत्ति मिलती थी। परंतु रामानुजन द्वारा गणित के अलावा दूसरे विषयों की

रामानुजन का पैत्रिक मकान

अनदेखी करने पर उनकी छात्रवृत्ति बंद हो गई। सन् 1905 में रामानुजन मद्रास विश्वविद्यालय की प्रवेश परीक्षा में सम्मिलित हुए परंतु गणित को छोड़कर बाकी सभी विषयों में वे अनुत्तीर्ण हो गए। सन् 1906 एवं 1907 की प्रवेश परीक्षा का भी यही परिणाम रहा। आगे के वर्षों में कार की पुस्तक को मार्गदर्शक मानते हुए रामानुजन गणित में कार्य करते रहे और अपने परिणामों को लिखते गए जो ''नोटबुक'' नाम से सुप्रसिद्ध हुए। रामानुजन को प्रश्न पूछना बहुत पसंद था। उनके प्रश्न

अध्यापकों को कभी-कभी अटपटे लगते थे। मसलन कि संसार में पहला पुरुष कौन था? पृथ्वी और बादलों के बीच की दूरी कितनी होती है? वगैरह।

रामानुजन का व्यवहार बड़ा ही मधुर था। सामान्य से कुछ ज्यादा ही कृशकाय, और जिज्ञासा से चमकती आखें इन्हें एक अलग पहचान देती थीं। इनके सहपाठियों के अनुसार इनका व्यवहार इतना सौम्य था कि कोई इनसे नाराज हो ही नहीं सकता था। विद्यालय में इनकी प्रतिभा ने दूसरे विद्यार्थियों और शिक्षकों पर छाप छोड़ना आरंभ कर दिया। इन्होंने स्कूल के समय में ही कालेज स्तर के गणित का अध्ययन कर लिया था। एक बार इनके विद्यालय के हेडमास्टर ने कहा भी कि विद्यालय में होने वाली परीक्षाओं के मापदंड रामानुजन के लिए लागू नहीं होते। हाईस्कूल की परीक्षा उत्तीर्ण करने के बाद इन्हें गणित और अंग्रेजी में अच्छे अंक लाने के कारण ''सुब्रमण्यम छात्रवृत्ति'' मिली और आगे कालेज की शिक्षा के लिए प्रवेश भी मिला।

जी.एच. हार्डी

वर्ष 1909 में रामानुजन दांपत्य जीवन में बँध गए। फिर उन्हें रोजी रोटी की फिक्र होने लगी। फलत: उन्होंने नौकरी ढूँढ़नी शुरू की। नौकरी की खोज के दौरान रामानुजन कई प्रभावशाली व्यक्तियों के सम्पर्क में आए। ''इंडियन मैथमैटिकल सोसायटी'' के संस्थापकों में से एक रामचंद्र राव भी उन्हीं प्रभावशाली व्यक्तियों में से एक थे। रामानुजन ने रामचंद्र राव के साथ एक साल तक कार्य किया। इसके लिए उन्हें 25 रुपये महीना मिलता था। इन्होंने ''इंडियन मैथमैटिकल सोसायटी'' के जर्नल के लिए प्रश्न एवं उनके हल तैयार करने का कार्य प्रारंभ कर दिया। सन् 1911 में बर्नोली संख्याओं पर प्रस्तुत शोधपत्र से इन्हें बहुत प्रसिद्धि मिली और मद्रास में गणित के विद्वान के रूप में पहचाने जाने लगे। सन् 1912 में रामचंद्र राव की सहायता से मद्रास पोर्ट ट्रस्ट के लेखा विभाग में लिपिक की नौकरी करने लगे।

रामानुजन ने गणित में शोध करना जारी रखा और 8 फरवरी सन् 1913 में इन्होंने जी. एच. हार्डी को पत्र लिखा। साथ में स्वयं के द्वारा खोजे प्रमेयों की एक लम्बी सूची भी भेजी। ये पत्र हार्डी को सुबह नाश्ते के वक्त मेज पर मिले। इस पत्र में एक अनजान भारतीय द्वारा बहुत सारे बिना उपपत्ति के प्रमेय लिखे थे जिनमें से कई प्रमेय हार्डी देख चुके थे। पहली नजर में हार्डी को ये सब बकवास लगा। उन्होंने इस पत्र को किनारे रख दिया और अपने काम में लग गए। परंतु इस पत्र की वजह से उनका मन अशांत था। इस पत्र में बहुत सारे ऐसे प्रमेय थे जो उन्होंने न कभी देखे थे, और न सोचे थे। उन्हें बार-बार यह लग रहा था कि यह व्यक्ति (रामानुजन) या तो धोखेबाज है या फिर गणित का बहुत बड़ा विद्वान। रात को 9 बजे हार्डी ने अपने एक शिष्य लिटिलवुड के साथ एक बार फिर इन प्रमेयों को देखना शुरू किया तथा देर रात तक वे लोग समझ गये कि रामानुजन कोई धोखेबाज नही बल्कि गणित के बहुत बड़े विद्वान हैं जिनकी प्रतिभा को दुनिया के सामने लाना आवश्यक है। इसके बाद हार्डी ने उन्हें कैम्ब्रिज बुलाने का फैसला किया। हार्डी का यह निर्णय एक ऐसा निर्णय था जिससे न केवल उनकी, बल्कि गणित की ही दिशा बदल गई।

सन् 1914 में हार्डी ने रामानुजन के लिए कैम्ब्रिज के ट्रिनिटी कॉलेज आने की व्यवस्था की। रामानुजन को गणित की कुछ शाखाओं का बिलकुल भी ज्ञान नहीं था, पर कुछ क्षेत्रों में उनका कोई सानी नहीं था। इसलिए हार्डी ने रामानुजन को पढ़ाने का जिम्मा स्वयं लिया। सन् 1916 में रामानुजन ने कैम्ब्रिज से बी.एस-सी. की उपाधि प्राप्त की। सन् 1917 से ही रामानुजन बीमार रहने लगे थे और अधिकांश समय बिस्तर पर ही रहते थे। बीमारी की एक वजह थी। रामानुजन ब्राह्मण कुल में पैदा हुए थे तथा खानपान के मामले में बहुत परहेज रखते थे। वे पूर्णत: शाकाहारी थे और इंग्लैण्ड में रहते हुए अपना भोजन स्वयं पकाते थे। इंग्लैण्ड की कड़ाके

की सर्दी और उस पर कठिन परिश्रम। इसी से उनकी सेहत गिरती गयी। उनमें जब तपेदिक के लक्षण दिखाई देने लगे तो उन्हें अस्पताल में भर्ती कर दिया गया। इधर उनके लेख उच्चकोटि की पत्रिकाओं में प्रकाशित होने लगे थे। सन् 1918 में एक ही वर्ष में रामानुजन को कैम्ब्रिज फिलोसॉफिकल सोसायटी, रॉयल सोसायटी तथा ट्रिनिटी कॉलेज कैम्ब्रिज, तीनों का फैलो चुना गया। उस समय उनकी उम्र महज 30 साल थी। इससे रामानुजन का उत्साह और भी अधिक बढ़ा और वह काम में जी-जान से जुट गए। लेकिन सन् 1919 में स्वास्थ्य ज्यादा खराब होने की वजह से उन्हें भारत वापस लौटना पड़ा।

ट्रिनिटी कॉलेज

एक बार की बात है। रामानुजन अस्पताल में भर्ती थे। डॉ. हार्डी उन्हें देखने टैक्सी से अस्पताल आए। टैक्सी का नंबर 1729 था। रामानुजन से मिलने पर डॉ. हार्डी ने ऐसे ही सहज भाव से कह दिया कि यह एक अशुभ संख्या है। बात यह थी कि $1729 = 7 \times 13 \times 19$। यहाँ आप देखेंगे कि 1729 का एक गुणनखंड 13 है। यूरोप के अंधविश्वासी लोग इस 13 संख्या से बहुत भय खाते हैं। वे संख्या 13 को बहुत अशुभ मानते हैं। वे 13 संख्यावाली कुर्सी पर बैठने से बचेंगे, 13 संख्यावाले कमरे में ठहरने से बचेंगें। इसलिए डॉ. हार्डी ने रामानुजन से कहा था कि 1729 एक अशुभ संख्या है। लेकिन रामानुजन ने झट जवाब दिया- नहीं, यह एक अद्‌भुत संख्या है। वास्तव में यह वह सबसे छोटी संख्या है जिसे हम दो घन संख्याओं के जोड़ द्वारा दो तरीकों से व्यक्त कर सकते है। जैसे- $1729 = 12^3 + 1^3$ तथा $1729 = 10^3 + 9^3$

इलिनॉय विश्वविद्यालय के गणित के प्रोफेसर ब्रुस सी. बर्नाड्ट ने रामानुजन की तीन पुस्तकों पर 20 वर्षों तक शोध किया और उनके निष्कर्ष पाँच पुस्तकों के संकलन के रूप में प्रकाशित हुए हैं। प्रो. बर्नाड्ट कहते हैं, ''मुझे यह सही नहीं लगता जब लोग रामानुजन की गणितीय प्रतिभा को किसी दैवीय या आध्यात्मिक शक्ति से जोड़ कर देखते हैं। यह मान्यता ठीक नहीं है। उन्होंने बड़ी सावधानी से अपने शोध निष्कर्षों को अपनी पुस्तिकाओं में दर्ज किया है।'' सन् 1903 से 1914 के दरम्यान कैम्ब्रिज जाने से पहले रामानुजन अपनी पुस्तिकाओं में 3,542 प्रमेय लिख चुके थे। उन्होंने ज्यादातर अपने निष्कर्ष ही दिए थे, उनकी उपपत्ति नहीं दी। शायद इसलिए कि वे कागज खरीदने में सक्षम नहीं थे और अपना कार्य पहले स्लेट पर करते थे। बाद में बिना उपपत्ति दिए उसे पुस्तिका में लिख लेते थे।

किसी संख्या के विभाजनों की संख्या ज्ञात करने के फार्मूले की खोज रामानुजन के प्रमुख गणितीय कार्यों में एक है। उदाहरण के लिए संख्या 5 के कुल विभाजनों की संख्या 7 है। इस प्रकार: 5, 4+1, 3+2, 3+1+1, 2+2+1, 2+1+1+1, 1+1+1+1+1। रामानुजन के फार्मूले से किसी भी संख्या के विभाजनों की संख्या ज्ञात की जा सकती है। उदाहरण के लिए संख्या 200 के कुल 3972999029388 विभाजन होते हैं। हाल ही में भौतिक जगत की नयी थ्योरी ''सुपरस्ट्रिंग थ्योरी'' में इस फार्मूले का काफी उपयोग हुआ है। रामानुजन ने उच्च गणित के क्षेत्रों जैसे संख्या सिद्धान्त, इलिप्टिक फलन, हाईपरज्योमैट्रिक श्रेणी इत्यादि में अनेक महत्वपूर्ण खोज की। रामानुजन ने वृत्त की परिधि और व्यास के अनुपात 'पाई' (π) के अधिक से अधिक शुद्ध मान प्राप्त करने के अनेक सूत्र प्रस्तुत किए हैं। ये सूत्र अब कम्प्यूटर द्वारा π के दशमलव के लाखों स्थानों तक परिशुद्ध मान ज्ञात करने के लिए कारगर सिद्ध हो रहे हैं। आज दुनिया के सुपरकम्प्यूटरों की क्षमता प्राय: इस परीक्षण से आंकी जाती है कि वे π का मान दशमलव

के कितने स्थानों तक कितने अल्पकाल में प्रस्तुत कर सकते हैं।

सन् 1919 में इंग्लैण्ड से वापस आने के पश्चात् रामानुजन कुम्भकोणम में रहने लगे। उनका अंतिम समय चारपाई पर ही बीता। वे चारपाई पर पेट के बल लेटे-लेटे कागज पर बहुत तेज गति से यूँ लिखते रहते थे मानो उनके मस्तिष्क में गणितीय विचारों की आँधी चल रही हो। रामानुजन स्वयं कहते थे कि उनके द्वारा लिखे सभी प्रमेय उनकी कुलदेवी नामगिरि की प्रेरणा हैं। उनका स्वास्थ्य उत्तरोत्तर गिरता गया जो चिंता का विषय था। यहां तक कि डॉक्टरों ने भी जवाब दे दिया था। आखिरकार एक दिन रामानुजन के जीवन की सांध्यवेला आ ही गई। 26 अप्रैल 1920 की सुबह वे अचेत हो गए, और दोपहर होते-होते उनका देहावसान हो गया। इतनी अल्पायु में उनके असामयिक निधन से गणित जगत की अपूरणीय क्षति हुई।

उनके देहावसान के बाद मॉक थीटा फंक्शन से सम्बन्धित उनकी ''नोटबुक'' मद्रास विश्वविद्यालय में जमा थी, प्रो. हार्डी के जरिए डॉ. वाटसन के पास पहुँची। तदोपरान्त रामानुजन की यह 130 पृष्ठों की नोटबुक ट्रिनिटी कालेज के ग्रन्थालय को सौंपी गई। इस ''नोटबुक'' में रामानुजन ने जल्दी-जल्दी में लगभग 600 परिणाम प्रस्तुत किए थे लेकिन उनकी उपपत्तियां नहीं दी थीं। विस्कोन्सिन विश्वविद्यालय के गणितज्ञ डॉ. रिचर्ड आस्की लिखते है- ''मृत्युशैया पर लेटे-लेटे साल भर में किया गया रामानुजन का यह कार्य बड़े-बड़े गणितज्ञों के जीवनभर के कार्य के बराबर है। सहसा यकीन नहीं होता कि उन्होंने अपनी उस दशा में यह कार्य किया। कदाचित किसी उपन्यास में ऐसा विवरण दिया जाता तो उस पर कोई भी यकीन न करता।''

रामानुजन की मृत्यु के 37 वर्ष बाद 1957 में टाटा मूलभूत अनुसंधान संस्थान (TIFR) मुंबई ने तीनों नोटबुकों की फोटो कॉपी का पहला संस्करण दो बड़ी जल्दिों में प्रकाशित किया। रामानुजन की नोट बुकों के प्रकाशन के बाद देश-विदेश के गणितज्ञों ने उसमें निहित 4000 सूत्रों तथा प्रमेयों पर खोजबीन शुरू की। उनकी नोटबुकों की यह अमूल्य विरासत गणितज्ञों के लिए शोध तथा रुचि का विषय है। रामानुजन विलक्षण प्रतिभा के धनी थे। संख्या-सिद्धान्त पर उनके आश्चर्यजनक कार्य के लिए अकसर उन्हें ''संख्याओं का जादूगर'' कहा जाता है। उन्होंने महज 32 वर्ष 4 माह की कुल उम्र पायी लेकिन इतनी ही अवधि में किया गया उनका कार्य विस्मयकारी है। उनके इस महान गणितीय योगदान के लिए रामानुजन को अकसर ''गणितज्ञों का गणितज्ञ'' भी कहा जाता है।

क्या आप जानते हैं?

30 नवम्बर, 1858 को पूर्वी बंगाल के मैमन सिंह जिला के रारीखल गांव में जन्में डॉ. जगदीशचंद्र बोस भौतिकी में ''विद्युत तरंगों'' के लिए तथा वनस्पति विज्ञान में 'पौधों में जीवन' की अपनी खोजों एवं प्रयोगों के लिए प्रसिद्ध हैं। उन्होंने जीव और निर्जीव के परस्पर सम्बंध पर शोध कार्य किया। विद्युत चुम्बकीय तरंगों से सम्बंधित उनकी खोजें हट्र्ज तथा मार्कोनी की खोजों से कहीं अधिक उच्च स्तर की थीं। उन्होंने क्रिस्कोग्राफर पर पौधों पर गर्मी, विद्युत के झटकों तथा रसायनों के प्रभावों को दर्शाया।